Ph.D. Course Work

MODULE - 1

UNIT IV : Statistical Analysis

4.1 Application of parametric tests
4.2 Application of non-parametric tests
4.3 Use of computer for data analysis

Dr. A. G. Watkar

स्पिअरमन पद्धतीने काढलेला सहसंबंध गुणक P (ऱ्हो) काढणे हीसुद्धा तशी अपरिमेय पद्धतीच आहे. कारण तेथे आपण प्रत्यक्ष गुणांक लक्षात न घेता फक्त ओळीने येणारा गुणांकाचा क्रमांक किंवा श्रेणी तेवढी लक्षात घेतली जाते. P चा उपयोग हा प्राधान्याने गटामध्ये ३० पेक्षा कमी लोक असतात तेव्हा केला जातो. अशा गटात वितरण खूपच विषमित असण्याची कमाल शक्यता असते. म्हणूनच स्पिअरमनचे तंत्र हे परिमेय / परिमित नसून अपरिमित तंत्र आहे हे संशोधकाने लक्षात घेतले पाहिजे.

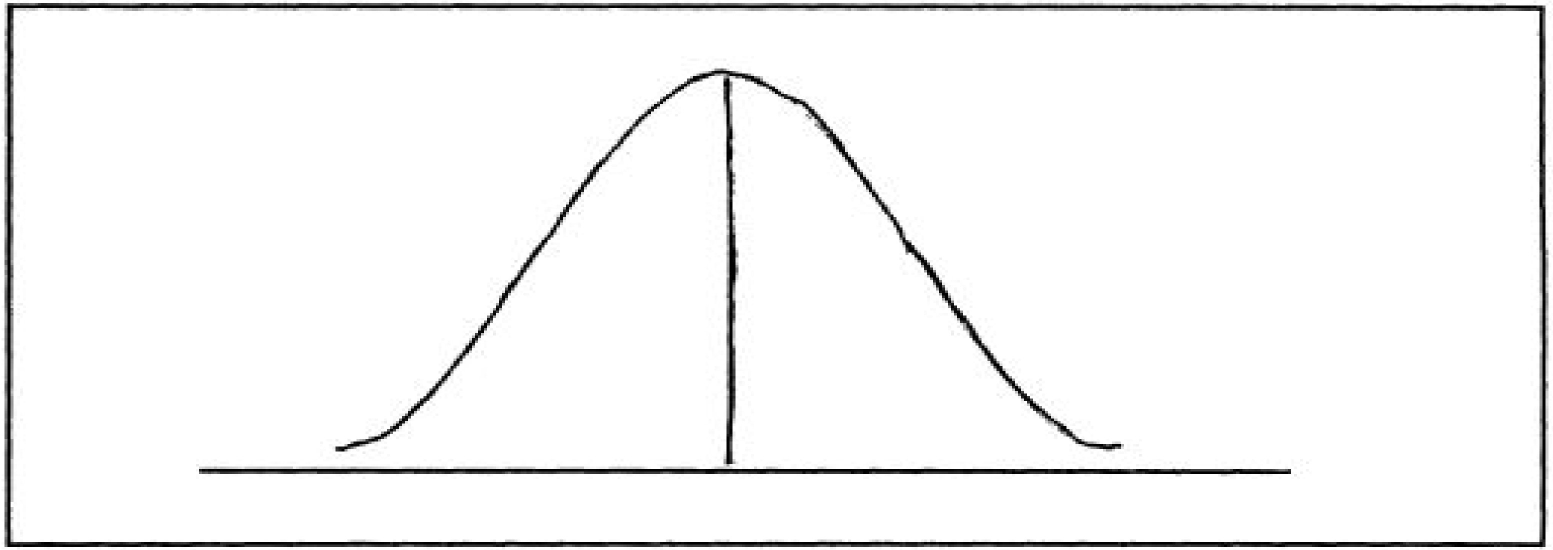
(१) ज्यावेळी न्यादर्शाचा आकार खूप लहान असतो (जसा मिळेल तसा, जेथे मिळेल तेथे व
जेवढा मिळेल तेवढा असा न्यादर्श वापरला जातो.) अगदी ३-४ घटकांचा न्यादर्शसुद्धा
गरजेनुसार वापरला जातो.

(२) जेव्हा संशोधन चलाचे लोकसंख्येतील वितरण प्रसामान्य असण्याबद्दल संशोधक साशंक
असतो आणि आधारसामुग्री प्रसामान्य विभाजनाप्रमाणे मिळण्याची त्याला खात्री वाटत
नसते.

(३) आधारसामुग्री ही गुणांकाऐवजी क्रमांकामध्ये / श्रेणीमध्ये सादर केलेली असते
म्हणजे आधारसामुग्रीचे अंतर श्रेणीनुसार किंवा गुणोत्तर श्रेणीनुसार वर्गीकरण
मिळत नाही. फक्त नामांकन (Nominal) किंवा क्रमांकन (Ordinal) श्रेणीमध्ये
गुणांकाचे विभाजन करणे शक्य होते व त्याचीच आधारसामुग्री बनलेली
असते.

परिमितीय चाचण्या (Pparametric tests)

Parametric tests are those th
make assumptions about t
parameter of the populati
distribution from which t
sample is drawn. This is oft
the assumption that t



मध्यमानापासून (M) १σ अंतरापर्यंत पुढे गेल्यास तेवढ्या मर्यादेपर्यंत ३४.१३ टक्के क्षेत्रफळ असते. म्हणजेच M$\pm$1σ या अंतरात एकूण ६८.२६% इतके क्षेत्रफळ / जनसंख्या असते. याचा संशोधनासाठी खूप उपयोग होतो. कारण त्यामुळे सर्वसामान्य (Average) लोकांची संख्या आणि त्यांची गुणवत्ता (Quality) ह्या दोघांचा बोध होऊ शकतो. M पासून M$\pm$2σ इतक्या अंतरापर्यंत गेल्यास एकूण क्षेत्रफळापैकी ४७.७२% क्षेत्रफळ मिळते. तेवढेच M - 2σ अंतरापर्यंत मागे गेल्यावरसुद्धा मिळते. म्हणून M$\pm$2σ या अंतरात ९५.४४% अंदाजे ९५% क्षेत्रफळ / जनसंख्या मिळते.

- मापन साधन निश्चित असते
- आधार सामग्री आंतर/गुणोत्तर श्रेणीत असते.
- दोन गुणांकामधील अंतर सुस्पष्ट असते.
- आधार सामग्रीचे हवे तितके सुस्पष्ट भाग करता येतात.
- आधार सामग्री संख्यात्मक आणि यथार्थ पद्धतीची असते.
- मापन वस्तुनिष्ठ असते

गटांची तुलना करण्यासाठी या चाचण्याचा वापर केला जातो.

विद्यार्थ्याने प्राप्त केलेले यश, विषयाबाबतची अभिरूची, कल इत्यादी निश्चित करताना आंतरीक मापन पद्धतीचा वापर करतात. कारण यात सर्व घटकांमध्ये समानता, लहान-मोठेपणा असतो. सर्व घटकांमधील अंतराची निश्चित कल्पना येते. दोन घटकांतील फरकाचा आकारही ज्ञात असतो. त्यामुळे गटांची तुलना करण्यासाठी या चाचण्यांचा वापर केला जातो.

(१) क्रांतिक गुणोत्तर/टी-चाचणी (Critical Ratio/T-test ~~for Same Measures~~)

ज्यावेळी संपूर्ण लोकसंख्येसाठी एखादा निष्कर्ष किंवा प्रमाणित सांख्यिकी मांडायची असते तेव्हा संदर्भित लोकसंख्येतून अतिशय काटेकोरपणे एकापेक्षा अधिक न्यादर्श निवडले जातात. त्याचे मापन केले जाते. त्याआधारे समान सांख्यिकी काढल्या जातात. सर्व न्यादर्शांच्या बाबतीत एक प्रकारच्या सांख्यिकीची किंमत एकसारखी येत नाही. $M_1 \# M_2$ त्यामध्ये थोडा फार फरक आढळतो. अशा वेळी हा फरक खरा की खोटा ? हे संशोधकाने पडताळून पाहणे अत्यावश्यक असते. त्याशिवाय सांख्यिकी मापनाची अचूकता अजमावताच येणारच नाही. अनेक न्यादर्श हे जनसंख्येचे वास्तव प्रातिनिधिक असतील आणि त्यांची नुसती मध्यमाने काढली तरी शून्य परिकल्पनेप्रमाणे -

$M_1 - M_2 = 0$, $M_2 - M_3 = 0$, $M_1 - M_3 = 0$ असे गृहीत धरावे लागते. परंतु या ठिकाणी न्यादर्श हे समतुल्य नसतीलसुद्धा ! त्यामुळे फरक येणारच पण मध्यमानातील हा फरक अल्प व दुर्लक्षणीय आहे की सार्थ आणि लक्षणीय ठरण्याइतका मोठा आहे हे ठरविण्यासाठी समान सांख्यिकीमधील फरकांची विश्वसनीयता आणि सार्थकता पडताळून पाहावी लागते.

साधारणपणे सांख्यिकी मापन शोधताना तीन प्रमाणके अतिशय महत्त्वाची असतात. ती म्हणजे मध्यमान, प्रमाण विचलन आणि सहसंबंध गुणक आणि त्यांच्याबाबतीत येणारा फरक खरा आहे की खोटा ? या फरकांची प्रमाणत्रुटीचा विचार करूनच फरकाची सत्यता पडताळावी लागते.

σ_{DM} - मध्यमानातील फरकाची प्रमाणत्रुटी

$$\sigma_{DM} = \sqrt{\sigma M_1^2 + \sigma M_2^2}$$

σ_{M1} = पहिल्या मध्यमानाची (M_1) ची प्रमाणत्रुटी

σ_{M2} = दुसऱ्या मध्यमानाची (M_2) ची प्रमाणत्रुटी

ही गोष्ट आपण एका उदाहरणाने समजावून घेऊ.

संशोधकाने निवडलेल्या अमूर्त विमर्शनिच्या संदर्भात बारावीच्या वर्गातील ८३ मुले आणि ९५ मुलींच्या गटाचे मध्यमाने ही ३०.९२ आणि २९.२१ आणि प्रमाणविचलने ७.८१ आणि ११.५६ आहेत तर मुला-मुलींच्या मध्यमाने आढळणारा फरक लक्षणीय आहे का ?

संशोधकाने निवडलेल्या अमूर्त विमर्शनिच्या संदर्भात बारावीच्या वर्गातील ८३ मुले आणि ९५ मुलींच्या गटाचे मध्यमाने ही ३०.९२ आणि २९.२१ आणि प्रमाणविचलने ७.८१ आणि ११.५६ आहेत तर मुला-मुलींच्या मध्यमाने आढळणारा फरक लक्षणीय आहे का ?

लिंग	N	M	σ
मुले	८३	३०.९२	७.८१
मुली	९५	२९.२१	११.५६

$$\therefore \sigma_{DM} = \sqrt{\sigma M_1^2 + \sigma M_2^2}$$

$$= \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{N_1} + \frac{\sigma_2^2}{N_2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(७.८१)^2}{८३} + \frac{(११.५६)^2}{९५}}$$

$$= \sqrt{२.१४} = १.४६$$

मध्यमानातील फरकाची प्रमाणत्रुटी ही १.४६ आहे. मुले आणि मुली यांच्या मध्यमानातील वास्तव फरक D_M = ३०.९२-२९.२१ = १.७१ इतका आहे. म्हणून -

क्रांतिक गुणोत्तर CR =

$$= \frac{D_M}{\sigma_{DM}} = \frac{१.७१}{१.४६} = १.१७$$

जर क्षेत्रफळविषयक कोष्टकावरून १.१७σ पर्यंत दोन्ही बाजूला मिळून ३८% x २ = ७६% इतके क्षेत्रफळ येते. म्हणजे शंभर प्रयोग केले तर ७६ वेळा येणारा मध्यमानातील फरक खरा येईल तर २४ वेळेला तो योगायोगाने किंवा अपघाताने येईल.

कोणताही फरक खरा ठरण्यासाठी किमान ९५% वेळा तो खराखुरा यावा लागतो आणि पाच वेळा तो योगायोगाने किंवा अपघाताने यावा लागतो. येथे तसे घडलेले नाही. याचा अर्थ फरक खरा व लक्षणीय मानता येणार नाही तर तो शून्य परिकल्पनेप्रमाणे योगायोगाने आलेला आहे असेच समजावे लागेल. यावरून आपण असा निष्कर्ष काढू शकू की, **(संबंधित क्षमतेच्या (चाचणीतील) अमूर्त विमर्शनेबाबतीत मुला-मुलींमध्ये खराखुरा फरक आढळून येत नाही. जेव्हा फरक दिसतो तेव्हा तो न्यादर्श निवडीतील चुका आणि मापनातील चुका यांमुळे आलेला आहे.**

- **क्रांतिक गुणोत्तर >/= ± 1.96** ▸ मध्यमानातील फरक सार्थ आणि विश्वसनीय

- **क्रांतिक गुणोत्तर >/= ± 2.58** ▸ मध्यमानातील फरक खुप लक्षणीय, वैध आणि विश्वसनीय

लोकसंख्येची सरासरी बुद्धिमत्ता मोजण्यासाठी आपण प्रत्येकी १०० व्यक्तींचे काही न्यादर्श निवडले. न्यादर्श एक व दोन यांची मध्यमाने अनुक्रमे १००, १०२ आली आणि प्रमाण विचलने २० व २१ आली. येथे शून्य परिकल्पना असे सांगते की, दोन्ही न्यादर्शांच्या सरासरी बुद्ध्यांकात फरक नसतो. मग शून्य परिकल्पनेचा स्वीकार करावयाचा की, त्याग करायची यासाठी पुढील सांख्यिकी कार्य संशोधकाला करावे लागेल.

न्यादर्श 1: मध्यमान- 100, प्रमाण वि

न्यादर्श 2: मध्यमान- 102, प्रमाण विच

शुन्य परिकल्पना : दोन्ही न्यादर्शांच्या स

बुद्ध्यांकात कोणताही फरक नाही

दोन्ही मध्यमानातिल फरक (D) = M_2 - M_1 = 102

$$\sigma_{M_1} = \frac{\sigma_1}{\sqrt{N_1}} = \frac{२०}{\sqrt{९००}} = \frac{२०}{३०} = ०.६७$$

$$\sigma_{M_2} = \frac{\sigma_2}{\sqrt{N_2}} = \frac{२१}{\sqrt{९००}} = \frac{२१}{३०} = ०.७०$$

मध्यमान प्रमाणत्रुटीच्या आधारे फरकाची प्रमाणत्रुटी शोधणार

$$\sigma_{DM} = \sqrt{\sigma_{M_1}^2 + \sigma_{M_2}^2}$$

$$\sigma_{DM} = \sqrt{(०.६७)^2 + (०.७०)^2}$$

$$= \sqrt{०.४५ + ०.४९} = \sqrt{०.९३} = ०.९६$$

$$\text{फरकाचे गुणोत्तर} = \frac{(D)}{\sigma_{DM}}$$

$$\text{फरकाचे क्रांतिक गुणोत्तर (C.R.)} = \frac{\text{दोन मध्यमानातील फरक}}{\text{फरकाची प्रमाणत्रुटी}}$$

$$= \frac{M_2 - M_1}{०.९६} = \frac{१०२ - १००}{०.९६}$$

$$= \frac{२}{०.९६} = २.०८$$

क्रांतिक गुणोत्तर >/= ± 1.96 ‣ मध्यमानातील फरक सार्थ आणि विश्वसनीय

शुन्य परिकल्पनेचा त्याग : दोन्ही न्यादर्शाच्या सरसरी बुद्ध्यांकात फरक नसतो या विधानाचा त्याग

निष्कर्ष : दोन्ही न्यादर्शाच्या सरसरी बुद्ध्यांकात फरक आहे म्हणून दोन्ही गट वेगवेगळ्या प्रातिनिधिक स्वरुपाचे आहे.

- N > 30, फरकाची सार्थकता : क्रांतिक गुणोत्तर
- N < 30, फरकाची सार्थकता : टी चाचणी
- ही चाचणी सर्वप्रथम डब्लू. एम. गॅरेट यांनी तयार केली. यासाठी टी गुनोत्तराचे स्वतंत्र कोष्टक आहे.
- CR = t ratio= 2.08
- N = ३० च्या वर आहे.
- Df = ∞
- .o1 सार्थकता स्तर = 2.57 .
- .05 सार्थकता स्तर = 1.96

- आलेले मूल्य हे टेबल च्या मुल्यापेक्षा जास्त आले तरच फरक सार्थ मनाला जातो.

2.08 हे मूल्य दोन्ही मुल्यापेक्षा कमी आहे.
म्हणून दोन्ही स्तरावर सार्थ नाही.

प्रगत सांख्यिकी

परिशिष्ट - १

टी चाचणी मूल्य

Critical Values of Student's Distribution (t)

df	*Two-tailed test level of significance*		*One-tailed test level of significance*	
	.05	*.01*	*.05*	*.01*
01	12.706	63.557	6.314	31.821
02	4.303	9.925	2.920	6.965
03	3.182	5.841	2.353	4.541
04	2.776	4.604	2.132	3.747
05	2.571	4.032	2.015	3.365
06	2.447	3.707	1.943	3.143
07	2.365	3.499	1.895	2.998
08	2.306	3.355	1.860	2.896
09	2.262	3.250	1.833	2.821
10	2.228	3.169	1.812	2.764
11	2.201	3.106	1.796	2.718
12	2.179	3.055	1.782	2.681
13	2.160	3.012	1.771	2.650
14	2.145	2.977	1.761	2.624
15	2.131	2.947	1.753	2.602

df	Two-tailed test level of significance		One-tailed test level of significance	
	.05	.01	.05	.01
16	2.120	2.921	1.746	2.583
17	2.110	2.898	1.740	2.567
18	2.101	2.878	1.734	2.552
19	2.093	2.861	1.729	2.539
20	2.086	2.845	1.725	2.528
21	2.080	2.831	1.721	2.518
22	2.074	2.819	1.717	2.508
23	2.069	2.807	1.714	2.500
24	2.064	2.797	1.711	2.492
25	2.060	2.787	1.708	2.485
26	2.056	2.779	1.706	2.479
27	2.052	2.771	1.703	2.477
28	2.048	2.763	1.701	2.463
29	2.045	2.756	1.699	2.462
30	2.042	2.750	1.697	2.457
40	2.021	2.704	1.684	2.423
60	2.000	2.660	1.671	2.390
120	1.980	2.617	1.658	2.358
∞	1.960	2.576	1.645	2.326

(३) एकपुच्छ चाचणी आणि द्विपुच्छ चाचणी (One Tailed test and Two Tailed test)

साधारणपणे ज्यावेळी जनसंख्येतील व्यक्ती-वैशिष्ट्ये मोजावयाची असतात. जसे बुद्धिमत्ता, उंची, वजन वगैरे तेव्हा दोन गटांच्या मध्यमानामध्ये पडणारा फरक हा अधिक किंवा वजा असू शकतो. परिणामी पहिल्या न्यादर्शानंतरच्या न्यादर्शाचे मध्यमान हे पहिल्या मध्यमानापेक्षा जास्त किंवा कमी येऊ शकते. त्यामुळे मध्यमानातील फरकाची सार्थकता पाहण्यासाठी आपणांस शून्य परिकल्पनेचाच वापर करावा लागतो.

अधिक, वजा फरक दाखविणारे मापन ज्या चाचणीमुळे येते तिला द्विपुच्छ चाचणी असे म्हणतात. या चाचणीमध्ये विभाजन हे दोन्ही अर्ध्यामध्ये घडू शकते. उदाहरणार्थ, प्रावीण्य चाचण्या, मानसिक कसोट्या, शारीरिक मापने, इत्यादी.

एक पुच्छ चाचणी (one tailed test)

पण कधी कधी मध्यमानात पडणारा फरक हा निश्चितपणे अधिक (वाढ) किंवा वजा (घट) अशा स्वरूपाचा असेल हे ठामपणे अगोदरच सांगता येते. उदाहरणार्थ, सरासरी बुद्धिमत्तेच्या विद्यार्थ्यांना सखोल मार्गदर्शन केले तर पुढच्या चाचणीत त्यांच्या प्राविण्यात घट न होता हमखास वाढच होईल किंवा वर्गातील ज्या विद्यार्थ्यांचे सातत्याने कुपोषण झाले तर त्यांच्या सरासरी वजनात घटच होईल. परीक्षेसाठी निश्चित केलेल्या वेळेपेक्षा जास्त वेळ उत्तरे लिहिण्याची संधी दिली तर विद्यार्थ्यांच्या प्रावीण्यात नक्कीच वाढ होईल. म्हणजे दोन मध्यमानात पडणारा फरक हा निश्चितपणे धन किंवा ऋण यांपैकी एकाच प्रकारचा असेल असे अगोदरच निश्चित होते. ह्याचा अर्थ असा की,

फरकाच्या बाबतीत प्रसामान्य संभव वक्रातील वरचा / खालचा यांपैकी एक अर्ध पूर्णपणे बंद असतो. त्यामुळे पडणारा फरक दोन्हीपैकी एकाच अर्धात पडतो अशा चाचणीला एकपुच्छ चाचणी असे म्हणतात.

या ठिकाणी फरकाची दिशा अगोदरच निश्चित झाल्यामुळे शून्य परिकल्पना न वापरता दिशांकित परिकल्पना (Directional Hypothesis) वापरावी लागते.

- संशोधनासाठी दोन पेक्षा जास्त न्यादर्श असल्यास व अनेक न्यादर्शाच्या मध्यमानाची एकाच वेळी तुलना करावयाची असल्यास **प्रसरण विश्लेषण तंत्र वापरतात.**

ANOVA Test

Analysis of Varience

परस्पर संबधित नसलेले न्यादर्श

ANKOVA Test

Analysis of Co-Varience

परस्पर संबधित असलेले न्यादर्श

प्रसरण विश्लेषण

One Way Anova

एकमार्गी

एकच आश्रयी चल

Two Way Anova

Multi-varience Analysis of Varience

द्विमार्गी

दोन आश्रयी चले

MANOVA Test

Multi-varience Analysis of Varience

बहुचल

तीन/ तीनपेक्षा जास्त आश्रयी चले

ANCOVA

Multi-varience Analysis of Varience

परस्पर संबधित असलेले न्यादर्श

सांख्यिकीमध्ये प्रसरण दर्शविण्यासाठी प्रमाण विचलनाच्या वर्गाचा वापर करतात त्यालाच व्हेरिअन्स (Variance) म्हणतात व ते σ^2 ने दाखवतात. प्रमाण विचलनापेक्षा हे प्रमाणक अधिक उपयुक्त आहे. कारण त्यांचे विश्लेषण करता येते. विश्लेषणावरून त्याआधारे चलासंबंधी निष्कर्ष काढता येतात.

VARIANCE= (STANDARD DEVIATION)^2

प्रमाण विचलनापेक्षा अधिक उपयुक्त प्रमाणक

प्रसरण विश्लेषण करताना तीन प्रकारच्या गोष्टी आपणांस मिळू शकतात. त्या म्हणजे -

(१) दोन किंवा दोनापेक्षा जास्त वितरणाच्या मध्यमानात असलेल्या फरकामुळे निर्माण झालेले प्रसरण (SS_M) कळू शकते.

(२) दोन किंवा दोनपेक्षा जास्त वितरणातील फरकामुळे निर्माण झालेले प्रसरण / प्रचलन (SS_W) कळू शकते.

(३) न्यादर्शामधील त्रुटी आणि मापनातील त्रुटी यामुळे निर्माण झालेली त्रुटी प्रसरण / प्रचलन (e) कळू शकते.

एकूण प्रसरण / प्रचलन ± दोन गटांच्या मध्यमानातील फरकामुळे आलेले प्रसरण + दोन गटांतील वितरणातील फरकामुळे आलेले प्रसरण + त्रुटी प्रसरण

हेच थोडक्यात $\sigma^2 = SS_M + SS_W + e$

ह्या सूत्राने लिहिले जाते.

$$(\text{प्रसरण})^2 = SS_M + SS_W + e$$

एक मार्गी प्रसरण विश्ले

- एका संशोधकाने 48 विद्यार्थ्यांवर 8 अध्यापन पद्धतीचे प्रयोग केले. तर सर्वाधिक उपयुक्त अध्यापन पद्धती कोणती?

एकून विद्यार्थी = 48

8 अध्यापन पद्धती = 8 गट

एका गटात 6 विद्यार्थी

- 6-6 विद्यार्थ्यांचे समान गट करणे.
- प्रत्येक गटावर वेगवेगळी अध्यापन पद्धती वापरून अध्यापन करणे.
- समान चाचणी देणे.
- गुण दान देणे
- आठ परिस्थितीमुळे प्राविण्यात पड़णारा फरक लक्षणीय आहे का? याची तपासणी करणे.

गट A	गट B	गट C	गट D	गट E	गट F	गट G	गट H
६४	७३	७७	७८	६३	७५	७८	५५
७२	६१	८३	९१	६५	९३	४६	६६
६८	९०	९७	९७	४४	७८	४१	४१
७७	८०	६१	८२	७७	७१	५०	६४
५६	९७	७१	८५	६५	६३	६१	७०
९५	६७	८७	७७	७६	७६	८२	६८
बेरीज गुणांक							
४३२	४६८	४९२	५१०	३९०	४५६	३६६	३७२
गटाचे मध्यमान							
७२	७८	८२	८५	६५	७६	६१	६२

एकूण बेरीज = ३४८६

सरासरी मध्यमान = ७२.६२

8 गटातील विद्यार्थ्यांचा प्रप्ताकांची एकून बेरीज

= ४३२+४६८+४९२+५१०+३९०+४५६+३६६+३७२

= ३४८६

सरासरी मध्यमान = एकून बेरीज/ एकून विद्यार्थी

= ३४८६ / ४८

= ७२.६२

- दुरुस्ती संख्या CORRECTION TERM (C)

C= (एकून बेरीज)² / N

= (३४८६)२ / ४८

= १२१५२१९६ / ४८

= २५३१७१

TOTAL SUM of SQUARS SS

= प्रत्येक गुणाकांच्या वर्गाची बेरीज - C

= (६४^{२} + ७२^{२}+ ------------------------------) -C

= २६२३६४ – २५३१७१

= ९१९३

SSM = SUM OF SQAURES AMONG MEANS

मध्यमानामध्ये गटामुळे पडणारी फरकांच्या संदर्भातील वर्गांची बेरीजेची सरासरी - C

= ४३२^{२} + ४६८^{२} + ४९२^{२} + ५१०^{२} + ३९०^{२}

+ ४५६^{२} +३६६^{२} +३७२^{२} - C

= १५४०१८८ /6 -२५३१७१

=

SSW = TOTAL SS – SSM

= ૯૧૯૩ – ૩૫૨૭

= ૫૬૬૬

पायरी ५ – प्रसरण विश्लेषणाचा सारांश

प्रसरणाचे स्त्रोत	स्वाधीनता मात्रा	गुणांकाचा वर्ग	वर्गाचे सरासरी प्रसरण	प्रमाण विचलन
	df	SS		SD
प्रायोगिक परिस्थितीतील मध्यमानातील फरकामुळे (Among the mean of Condition - SS_M)	(८-१) ७	३५२७	५०३.९ $\left(\frac{३५२७}{७}\right)$	

परिस्थितीमुळे पडणारे फरक (Within Condition SSw)	४० (४८-८)	५६६६	१४१.६ $\left(\frac{५६६६}{४०}\right)$	११.९ $\sqrt{१४१.६}$
एकूण (Total)	४७			

(आ) द्विमार्गी प्रसरण विश्लेषण (Two-way ANOVA)

ज्यावेळी एकाच प्रकारचे आश्रयी चल घेऊन निरनिराळ्या न्यादर्शावर प्रयोग केले जातात तेव्हा एकमार्गी प्रसरण विश्लेषण वापरले जाते. परंतु संशोधकाला जर एकाच वेळी दोन आश्रयी चलांचा परिणाम पाहावयाचा असेल तर त्याला द्विमार्गी प्रसरण विश्लेषणाचा वापर करावा लागतो. द्विमार्गी प्रसरण विश्लेषणामुळे दोन चलांच्या वेगवेगळ्या परिणामांबरोबरच चलांमधील आंतरक्रियांचेही मूल्यमापन करता येते. एकमार्गी प्रसरण विश्लेषण समजावून घेताना निरनिराळ्या न्यादर्शावर विविध अध्यापन पद्धती हा एकच चल वापरून विविध पद्धतीने प्रयोग करून विद्यार्थ्यांचे प्रावीण्य गुणांक काढले. परंतु अध्यापन पद्धतीच्या प्रकाराचा विद्यार्थ्यांच्या बुद्धिमत्तेशीही अत्यंत निकटचा संबंध असतो.

- एक मार्गी प्रसरण विश्लेषण

↓

- एकच आश्रयी चल
(विविध अध्यापन पद्धती)

↓

- निरनिराळे न्यादर्श

- द्विमार्गी प्रसरण विश्लषण

↓

दोन आश्रयी चल
(विविध अध्यापन पद्धती व विद्यार्थ्यांची बुद्धिमत्ता)

↓

निरनिराळे न्यादर्श

म्हणून संशोधकाने त्याच्या संशोधनासाठी पुढीलप्रमाणे परिकल्पनेची मांडणी केलेली होती. 'उच्च बुद्धिमत्तेच्या विद्यार्थ्यांच्या दृष्टीने चर्चा आणि परिसंवाद पद्धत तर निम्न बुद्धिमत्तेच्या विद्यार्थ्यांच्या दृष्टीने पाठांतर पद्धती अधिक फलदायी ठरते'. ह्या परिकल्पनेची त्याला चाचणी घ्यावयाची होती.

दोन आश्रयी चले

1. **बुधिमत्ता**
2. **अध्यापन पद्धती**

संशोधनासाठी द्विमार्गी प्रसरण विश्लेषणाचा तुम्ही जेव्हा वापर कराल तेव्हा पुढील बाबी लक्षात ठेवा -

(१) दोन्ही चलांचे एकमार्गी विश्लेषण सार्थ आलेले असेल तरच त्यांच्यातील आंतरक्रियाही सार्थ येते.

(२) दोन चलांपैकी फक्त एका चलाचे एकमार्गी विश्लेषण सार्थ आलेले असेल तर त्यांच्यातील आंतरक्रिया सार्थ येण्याची अंशत: शक्यता असते.

(३) दोन्ही चलांचे एकमार्गी विश्लेषण सार्थ आलेले नसेल तर त्याच्यातील आंतरक्रियासुद्धा सार्थ येत नाही.

(इ) बहुचल प्रसरण विश्लेण - मॅनोव्हा (Multiple / Multi-variate Analysis of Variance - MANOVA)

जेव्हा आपण अनेक चलासंबंधीची अनेक गटांची आधारसामुग्री गोळा करतो त्यावेळी दोन दोन चलांमधील प्रसरण विश्लेषण करणे फारच वेळखाऊ आणि जिकिरीचे काम असते. अशा वेळी मॅनोव्हाचा वापर करतात यानांच बहुचल प्रसरण विश्लेषण किंवा गुणित प्रसरण विश्लेषण असेही म्हटले जाते. आपण जर दोन-दोन चलामधील प्रसरण विश्लेषण काढीत राहिलो तर बहुचलांमधील परस्पर आंतरक्रियांचा भाग वगळला जातो. (दुर्लक्षिला जातो). परिणामी अनेक आश्रयी चलांमधील सहसंबंधाचा विचार होत नाही. मॅनोव्हामुळे आपणांस अनेक चलांमधील फरकांचे बहुमितीय विश्लेषण करता येते.

रस्त्यांवर होणाऱ्या अपघातासंबंधातील माहितीचे सर्वेक्षण करताना एका संशोधकाला नेहमीचे चालक, दारुडे चालक, बेभान चालक, प्रवासी यांच्यामुळे किती गाड्यांचे अपघात होतात ? किती चालक पथदीपाला ठोकर मारतात आणि किती पादचारी मृत्यूमुखी पडतात. अशा अनेकविध गोष्टींचा तपास करावयाचा होता तेव्हा त्या ठिकाणी ॲनोव्हाऐवजी मॅनोव्हाचा वापर करणेच संयुक्तिक ठरेल हे त्याने लक्षात घेतले होते.

जेव्हा संशोधाकला अनेक गोष्टीचा तपास करावयाचा असतो तेव्हा मॅनोव्हा चा वापर करावा लागतो

(५) सहप्रसरण विश्लेषण (अॅनकोव्हा)(Ancova - Analysis of Co-Variance)

ज्यावेळी स्मृती किंवा अध्ययन यांसारख्या विषयावर संशोधन करावयाचे असेल त्यावेळी संशोधनासाठी एक तर एकाच गटावर पुन्हा पुन्हा प्रयोग करावे लागतात किंवा दोन अगर दोनापेक्षा जास्त समतुल्य गट घ्यावे लागतात. यांपैकी एक नियंत्रित गट म्हणून काम करतो तर दुसरा प्रायोगिक गट म्हणून कार्य करीत असतो.

प्रायोगिक गट

दोन किंवा दोन पेक्षा जास्त समतुल्य गट

नियंत्रित गट

६.२ अपरिमितीय / अपरिमेय चाचण्या (Non-Parametric Tests)

गटात विषमितता जास्त असेल तर अशा परिस्थितीतसुद्धा, लोकसंख्येची सर्वसामान्य वितरणता नजरेआड करूनदेखील, आपणांस न्यादर्शाची तुलना करता आली पाहिजे. त्यावरून लक्षणीयतेचे / सार्थकतेचे निष्कर्ष काढता आले पाहिजेत. ह्यासाठी वेगळ्या पद्धती वा तंत्रे वापरली जातात. अशा पद्धतींना अपरिमेय पद्धती किंवा वितरणमुक्त पद्धती असे म्हणतात. यांपैकी 'काय स्क्वेअर' तंत्र हे एक उत्कृष्ट अपरिमितीय तंत्र आहे. कारण 'काय स्क्वेअर'ची लक्षणीयता कोष्टकातील स्वाधीनता मात्रेवर केवळ अवलंबून असते. वितरण प्रसामान्य असेल असे गृहितक मानण्याची गरज नसते. अशा वेळी

आधारसामग्रीत -

- चलाचे वितरण निरनिराळ्या प्रवर्गामध्ये (Categories) केलेले असते.
- काय स्क्वेअर तंत्रात निरीक्षीत वारंवारिता (Observed Frequencies - *f*o) आणि अपेक्षित वारंवारिता (Expected Frequencies - *f*e) यांच्यातील फरकाचाच फक्त विचार केलेला असतो आणि त्यावरूनच फरकाची सार्थकता / निरर्थकता ठरवतात.

- विज्ञान विषयात उत्तिंर्ण होणारे ग्रामीण आणि शहरी विद्‍यार्थ्यांमधे फरक आढळतो का?

गट	विज्ञान उत्तीर्ण	विज्ञान अनुतीर्ण
ग्रामीण	४५	५५
शहरी	६०	४०

मद	विज्ञान उत्तीर्ण	विज्ञान अनुत्तीर्ण	एकूण
ग्रामीण	45 A	55 B	100 (A + B)
शहरी	60 C	40 D	100 (C + D)
	105 (A + C)	95 (B + D)	200 (A + B + C + D)

गट	विज्ञान उत्तीर्ण	विज्ञान अनुत्तीर्ण	एकूण
ग्रामीण	45 A	55 B	100 (A + B)
शहरी	60 C	40 D	100 (C + D)
	105 (A + C)	95 (B + D)	200 (A + B + C + D)

3) काय स्केअर काढण्याचे सूत्र लिहा.

$$\chi^2 = \frac{N\,(AD - BC)^2}{(A + B)\,(C + D)\,(A + C)\,(B + D)}$$

$$= \frac{200[(1800 - 3300)\,X(1800 - 3300)]}{100X100X105X95}$$

$$= \quad 4.5$$

df= (r-1) (c-1) = (2-1)(2-1)= 1X1=1

प्रगत सांख्यिकी

परिशिष्ट - ४

कायस्क्वेअर चाचणी - मूल्य

Abridged Table of Critical Values for Chi Square

df	*0.95*	*0.90*	*0.80*	*0.70*	*0.50*	*0.30*	*0.20*	*0.10*	*0.05*	*0.02*	*0.01*
01	0.00393	0.0158	0.0642	0.148	0.455	1.074	1.642	2.706	3.841	5.412	6.635
02	0.103	0.211	0.446	0.713	1.386	2.408	3.219	4.605	5.991	7.824	9.210
03	0.352	0.584	1.005	1.424	2.366	3.665	4.642	6.251	7.815	9.837	11.345
04	0.711	1.064	1.649	2.195	3.357	4.878	5.989	7.779	9.488	11.668	13.277
05	1.145	1.610	2.343	3.000	4.351	6.064	7.289	9.236	11.070	13.388	15.086
06	1.635	2.204	3.070	3.828	5.348	7.231	8.558	10.645	12.592	15.033	16.812
07	2.167	2.833	3.822	4.671	6.346	8.383	9.803	12.017	14.067	16.622	18.475
08	2.733	3.490	4.594	5.527	7.344	9.524	11.030	13.362	15.507	18.168	20.090
09	3.325	4.168	5.380	6.393	8.343	10.656	12.242	14.684	16.919	19.679	21.666
10	3.940	4.865	6.179	7.267	9.342	11.781	13.442	15.987	18.307	21.161	23.209
11	4.575	5.578	6.989	8.148	10.341	12.899	14.631	17.275	19.675	22.618	24.725
12	5.226	6.304	7.807	9.034	11.340	14.011	15.812	18.549	21.026	24.054	26.217
13	5.892	7.042	8.634	9.926	12.340	15.119	16.985	19.812	22.362	25.472	27.688
14	6.571	7.790	9.467	10.821	13.339	16.222	18.151	21.064	23.685	26.873	29.141
15	7.261	8.547	10.307	11.721	14.339	17.322	19.311	22.307	24.996	28.259	30.578

अन्वयार्थ -

(1) सार्थकता स्तर 0.05 = 3.841 0.01 = 6.635

(2) स्वाधीनता मात्रा df = (r - 1) (C - 1) r = row C = column

(3) कोष्टकावरून p ची किंमत 0.05 ते 0.02 च्या दरम्यान आहे.

(4) दोन गटात येणारा फरक हा 100 पैकी 5 ते 2 वेळेला योगायोगाने आलेला असून 95 ते 98 वेळा तो खरा आलेला आहे.

(5) म्हणून येणारा फरक हा दुर्लक्षणीय नाही. यावरून संशोधकाने पुढील निष्कर्ष काढला.

(१) चिन्ह चाचणी (Sign-test)

अपरिमितीय आधारसामुग्रीच्या चाचणीतील चिन्ह चाचणी ही अतिशय सोपी आणि सर्वत्र उपयोगी पडणारी चाचणी आहे. या चाचणीद्वारे दोन प्रमाणकांमधील फरकाची फक्त दिशा लक्षात घेऊन फरकाची सार्थकता किंवा निरर्थकता सांगण्याचा प्रयत्न केला जातो. म्हणून तिला चिन्ह चाचणी असे म्हणतात. तिच्यात + व - (अधिक व वजा) चिन्हेच लक्षात घेतात.

या चाचणीत वापर पुढील परिस्थितीत केला जातो.

- ★ जेव्हा आधारसामुग्रीतील गुणांकाचा व्यक्तिश: विचार करावयाचा नसतो.
- ★ संशोधनामध्ये कठोर संख्यात्मक मापन अशक्य असते. फक्त दोन निरीक्षण मापनाच्या जोडीपैकी कोण मोठे आहे ? कोण छोटे आहे ? एवढेच माहीत असते.
- ★ साधारणपणे जेव्हा परस्परसंबंधित दोन न्यादर्श असतात आणि संशोधकाला / प्रयोजकाला दोन परिस्थिती भिन्न आहेत असे सिद्ध करावयाचे असते तेव्हा सुरुवातीचा प्रयत्न म्हणून चिन्ह चाचणीचा वापर केला जातो.

चिन्ह चाचणीचे उदाहरण

विद्यार्थ्यांच्या इंग्रजी स्पेलिंगच्या चुका कमी करण्यासाठी एका संशोधकाने दोन पद्धतीने २५ शब्दांचे स्पेलिंग पाठ करून घेण्याचा प्रयोग केला. त्यापैकी एका गटाला २५ सुट्या शब्दांची यादी देण्यात आली तर दुसरे तितकेच कठीण असलेले शब्द एका कथेमध्ये समाविष्ट करून सांगितले होते. सातवीच्या वर्गातील १०-१० विद्यार्थ्यांचे गट करून त्यांच्यावर हा प्रयोग करण्यात आला आणि मग त्यांचे गुणांक नोंदवून पहिल्या गटातील एक आणि दुसऱ्या गटातील एक विद्यार्थी असा फरक पाहण्यात आला. तेव्हा पुढील कोष्टक तयार झाले.

दोन गट: 1) सुटे शब्द गट
२) कथेद्वारे शब्द गट
१० वियार्थ्यांचा एक गट
फरक – दोन्ही गटातील 1-1 विद्यार्थी

(१) C (कथा गट)	(२) S (सुटे शब्द गट)	(३) C-S
१५	१२	+
१८	१५	+
९	१०	-
१५	१६	-
१८	१८	०
१२	१०	+
१५	१२	+
१६	१३	+
१४	१२	+
२२	१९	+

C - संदर्भासहीत शब्द (कथेतील शब्द) (Context) दिलेला गट (Words in a story)

S - स्वतंत्र सुटे शब्द (Separates) दिलेला गट (Words spelled as Signs)

C-S ची चिन्हे - वर्गीकरण

(+) ७ (अधिक चिन्हे)

(-) २ (वजा चिन्हे)

(0) १ (शून्य फरक चिन्हे)

एकूण = १०

वरील उदाहरणावरून संशोधक असा निष्कर्ष काढू शकतो की, संदर्भासहीत शब्दांचे किंवा कथेतील शब्दांचे स्पेलिंग सुट्या शब्दांपेक्षा अधिक चांगले पाठांतर होते. कारण १० पैकी ७ चिन्हे + आहेत.

- **जेव्हा प्रायोगिक आणि नियंत्रित गट हे परस्पर संबंधित नसून स्वतंत्र असतात.**

★ प्रथम दोन्ही गट एकत्र करून त्यांचा एकत्रित मध्यांक काढला जातो. (सरासरी मध्यांक).

★ या सरासरी मध्यांकापासून जादा गुणांक मिळविणारा विद्यार्थी असल्यास अधिंकचे चिन्ह देतात तर मध्यांकाच्या खाली कमी गुणांक मिळविणारा विद्यार्थी असल्यास ऋण चिन्ह देतात.

★ जर दोन गट एकाच लोकसंख्येतून यादृच्छिक पद्धतीने निवडलेले असतील तर प्रत्येक गटातील निम्मे लोक सरासरी मध्यांकाच्या वर व निम्मे लोक सरासरी मध्यांकाच्या खाली असले पाहिजेत म्हणून अशा वेळी २x२ कोष्टक तयार करून आपण काय स्क्वेअरसुद्धा काढू शकतो. मध्यांक चाचणीत एका विभागणीमध्ये (Category मध्ये) सरासरी मध्यांकाच्या वरचे आणि खालचे असे कोष्टक तयार केले जाते तर दुसरी तुलना प्रायोगिक गट आणि नियंत्रित गट यांच्या मध्यांकाच्या तुलनेची असते. परंतु या चाचणीसाठी दोन्ही गटाचा आकार एकसारखा असण्याची मात्र गरज नसते. एक उदाहरण पाहू या. म्हणजे ही गोष्ट चटकन लक्षात येईल.

एका संशोधनामध्ये संशोधकाने मनोविकृत रोग्यांच्या हात थरथरण्यावर औषधांचा कोणता परिणाम होतो हे पडताळण्याचा प्रयोग केला होता. त्यासाठी १४ मनोविकृत रोग्यांना औषधाच्या गोळ्या दिल्या तर त्यांच्याशी वय आणि लिंग समानता असणाऱ्या १८ रोग्यांच्या गटाला भ्रामक गोळ्या (प्लेसबो) देण्यात आल्या. खरी औषधाची गोळी घेणारा गट हा प्रायोगिक गट होता तर भ्रामक गोळी घेणारा गट हा नियंत्रित गट होता. काही काळानंतर हस्तकंपनावर झालेला परिणाम योग्य चाचणीद्वारे मोजण्यात आला. सरासरी मध्यांकापेक्षा ज्यांचे गुणांक जास्त होते ते + चिन्हाने दाखविण्यात आले आणि कमी गुणांक हे - चिन्हाने दाखविण्यात आले. हेच कोष्टक ५ मध्ये दिलेले आहे.

प्रायोगिक गट- मनोविकृत रोगी (१४)
नियंत्रित गट- भ्रामक रोगी (१८)
चाचणी देणे – एकत्रित मध्यांक= ४९.५

पायरी:

1. आलेल्या महितितुंन एकत्रित मध्यंक काढ़ने
2. मध्यंका पेक्षा जास्त गुणांक(+)
3. मध्यंका पेक्षा कमी गुणांक (-)

N = 14		N = 18	
प्रयोगिक गट *Experimental Gruoup*	चिन्ह *Sign*	नियंत्रित गट *Control Gruoup*	चिन्ह *Sign*
५३	+	४८	–
३९	–	६५	+
६३	+	६६	+
३६	–	३८	–
४७	–	३६	–
५८	+	४५	–
४४	–	५९	+
३८	–	५३	+
५९	+	५८	+
३६	–	४२	–
४२	–	७०	+
४३	–	७१	+
४६	–	६५	+
४६	–	४६	–
		५५	+
		६१	+
		६२	+
		५३	+

काय स्क्वेअर

	मध्यांकापेक्षा कमी विद्यार्थी संख्या	मध्यांकापेक्षा जास्त विद्यार्थी संख्या	एकूण
प्रायोगिक	१० (A)	४ (B)	१४ (A+B)
नियंत्रित	६ (C)	१२ (D)	१८ (C+D)
	१६(A+C)	१६(B+D)	N = ३२

(3) काय स्क्वेअर काढण्याचे सूत्र लिहा.

$$\chi^2 = \frac{N\ (AD - BC)^2}{(A + B)\ (C + D)\ (A + C)\ (B + D)}$$

= 32 (120 – 24)^2 / 14 x 18 x 16 x 16

= 4.56

$df = १$ व $\chi^2 = ४.५६$

$\therefore\ p = ०.०४$

ह्याचा अर्थ असा की, प्रायोगिक व नियंत्रित गटांतील फरक हे १०० प्रयोगात ९६ वेळा खरे आणि ४ वेळा योगायोगाने येऊ शकतात. म्हणून शून्य गृहितक अस्वीकार करून व फरक मान्य करावा असा निष्कर्ष आपण काढू शकतो. कारण फरक सत्य ठरण्यासाठी तो १०० पैकी किमान ९५ वेळा खरा आलाच पाहिजे. येथे तो ९६ पेक्षा जास्त वेळा खरा येतो म्हणजे प्रायोगिक गटाला औषधांचा फायदा झालेला आहे.

विलकॉक्सन मॅन व्हिटने चाचणीचा वापर करून दोन गटातील फरकाचा शोध घेणे

ज्या वेळेला संशोधनातून मिळालेली माहिती ही नामांकन किंवा क्रमांकन श्रेणीतील असते, त्याचप्रमाणे जनसंख्येचे विभाजन प्रसामान्य स्वरूपाचे नसते. न्यादर्शातील व्यक्तींची संख्या तीन ते दहाच्या दरम्यान असते. त्या वेळेला *t* चाचणीला पर्याय म्हणून या चाचणीचा वापर केला जातो. प्रात्याक्षिक क्र.चारमध्ये स्पिअरमनचा सहसंबंध गुणांक काढताना आपण क्रमांक देण्याची पद्धत वापरली होती. त्याच पद्धतीचा येथे वापर केला जातो. परंतु या ठिकाणी लहान गुणांकाला लहान आणि मोठ्या गुणांकाला मोठा क्रमांक मिळतो.

(1) या चाचणीमध्ये प्रत्येक गुणांकाचा विचार होतो. परंतु *t* चाचणीप्रमाणे त्याच्या मूल्याचा विचार न होता फक्त क्रमाचा विचार होतो.

(2) दोन न्यादर्श एकाच जनसंख्येतून घेतले आहेत किंवा नाही हे पडताळून पाहिले जाते.

(3) प्रथम सार्थकता पातळी निश्चित करावी लागते.

(4) परिकल्पना द्विपुच्छ की एकपुच्छ आहे हेही ठरवावे लागते.

(5) Wx = 0.05 पेक्षा जास्त असेल तर तो फरक सार्थ नसतो. त्या वेळेला दोन्ही न्यादर्श एकाच जनसंख्येतून घेतले आहे असा निष्कर्ष काढला जातो.

(6) Wx = 0.05 पेक्षा कमी असेल तर तो फरक सार्थ असतो. त्या वेळेला दोन्ही न्यादर्श दोन वेगवेगळ्या जनसंख्येतून घेतले आहे असा निष्कर्ष काढला जातो.

"विद्यार्थी आणि विद्यार्थीनींच्या अध्ययनात होणारा फरक अभ्यासणे." या संशोधनासाठी संशोधकाने दोन न्यादर्श निवडले होते. त्या न्यादर्शातील विद्यार्थीनींना मिळालेले गुण पुढीलप्रमाणे -

ज्या न्यादर्शात गुणांक कमी असतील त्याला Mx म्हणावे व जास्त गुणांक असलेल्या न्यादर्शाला Ny म्हणावे. दोन्ही न्यादर्श सारखे असतील तर कोणतेही नाव कोणालाही दिले तरी चालते.

विद्यार्थी न्यादर्श 1 Mx = 5, 6, 10, 12, 15, 16, 17

विद्यार्थीनीं न्यादर्श 2 Ny = 8, 9, 7, 4, 11, 13, 18, 19

(1) प्रथम सर्व गुण वाढत्या किमतीनुसार लिहुन काढा.

4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19

(2) या आकड्यांखाली तो कोणत्या न्यादर्शातील आहे ते लिहून काढा व त्यांना वाढत्या किमतीप्रमाणे क्रमांक द्या.

4,	5,	6,	7,	8,	9,	10,	11,	12,	13,	15,	16,	17,	18,	19
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
y	x	x	y	y	y	x	y	x	y	x	x	x	y	y
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

(2) या आकड्यांखाली तो कोणत्या न्यादर्शातील आहे ते लिहून काढा व त्यांना वाढत्या किमतीप्रमाणे क्रमांक द्या.

4,	5,	6,	7,	8,	9,	10,	11,	12,	13,	15,	16,	17,	18,	19
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
y	x	x	y	y	y	x	y	x	y	x	x	x	y	y
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

(3) Mx आणि Ny गटातील क्रमांकांची स्वतंत्रपणे बेरीज करा.

$Wx = 2 + 3 + 7 + 9 + 11 + 12 + 13$

$Wy = 1 + 4 + 5 + 6 + 8 + 10 + 14 + 15$

$Wx = 57 \quad Wy = 63$

(4) Wx आणि Wy ची बेरीज करा.

$Wx + Wy = 57 + 63$

$= 120$

$Wx + Wy = 57 + 63$

$= 120$

(5) $\dfrac{N(N+1)}{2} = \dfrac{15(15+1)}{2}$

$= 120$

(5) Mx = 7 Ny = 8 Wx = 57

आडवा रकाना, उभा रकाना

$m = 7$		
cl	$n = 8$	C_u
51	.3063	61
52	.3472	60
53	.3894	59
54	.4333	58
55	<u>.4775</u>	<u>57</u>
56	.5225	56
<u>57</u>	<u>.5667</u>	55
58	.6106	54

उच्च मर्यादा $C_u = 0.4775$ निम्न मर्यादा $Cl = 0.5667$

परिशिष्ट - ५

विलकॉक्सन - मॅनव्हिटने चाचणी - मूल्य

Lower and upper-tail probabilities for W_X, the Wilcoxon-Mann-Whitney rank-sum statistic*

Entries are $P[W_X \le c_L]$ and $P[W_X \ge c_u]$. W_X is the rank-sum for the smaller group

m = 3																				
c_L	n=3	c_u	n=4	c_u	n=5	c_u	n=6	c_u	n=7	c_u	n=8	c_u	n=9	c_u	n=10	c_u	n=11	c_u	n=12	c_u
6	.0500	15	.0286	18	.0179	21	.0119	24	.0083	27	.0061	30	.0045	33	.0035	36	.0027	39	.0022	42
7	.1000	14	.0571	17	.0357	20	.0238	23	.0167	26	.0121	29	.0091	32	.0070	35	.0055	38	.0044	41
8	.2000	13	.1143	16	.0714	19	.0476	22	.0333	25	.0242	28	.0182	31	.0140	34	.0110	37	.0088	40
9	.3500	12	.2000	15	.1250	18	.0833	21	.0583	24	.0424	27	.0318	30	.0245	33	.0192	36	.0154	39
10	.5000	11	.3143	14	.1964	17	.1310	20	.0917	23	.0667	26	.0500	29	.0385	32	.0302	35	.0242	38
11	.6500	10	.4286	13	.2857	16	.1905	19	.1333	22	.0970	25	.0727	28	.0559	31	.0440	34	.0352	37
12	.8000	9	.5714	12	.3929	15	.2738	18	.1917	21	.1394	24	.1045	27	.0804	30	.0632	33	.0505	36
13	.9000	8	.6857	11	.5000	14	.3571	17	.2583	20	.1879	23	.1409	26	.1084	29	.0852	32	.0681	35
14	.9500	7	.8000	10	.6071	13	.4524	16	.3333	19	.2485	22	.1864	25	.1434	28	.1126	31	.0901	34

$m = 7$								
d	$n=7$	c_u	$n=8$	c_u	$n=9$	c_u	$n=10$	c_u
46	.2279	59	.1405	66	.0869	73	.0544	80
47	.2675	58	.1678	65	.1052	72	.0655	79
48	.3100	57	.1984	64	.1261	71	.0806	78
49	.3552	56	.2317	63	.1496	70	.0956	77
50	.4024	55	.2679	62	.1755	69	.1148	76
51	.4508	54	.3063	61	.2039	68	.1345	75
52	.5000	53	.3472	60	.2349	67	.1574	74
53	.5492	52	.3894	59	.2580	66	.1815	73
54	.5976	51	.4333	58	.3032	65	.2087	72
55	.6448	50	.4775	57	.3403	64	.2374	71
56	.6900	49	.5225	56	.3788	63	.2681	70
57	.7325	48	.5667	55	.4185	62	.3034	69
58	.7721	47	.6106	54	.4591	61	.3345	68
59	.8266	46	.6528	53	.5000	60	.3698	67
60	.8412	45	.6937	52	.5409	59	.4053	66
61	.8703	44	.7321	51	.5815	58	.4434	65
62	.8957	43	.7683	50	.6212	57	.4811	64
63	.9375	42	.8016	49	.6597	56	.5189	63

उच्च मर्यादा $C_u = 0.4775$ निम्न मर्यादा $Cl = 0.5667$

अन्वयार्थ - निम्न स्तराकडून येणारी टक्केवारी ही 57% आहे आणि उच्च स्तराकडून येणारी टक्केवारी ही 48% आहे.

निम्न स्तराकडून येणारी टक्केवारी 95% पेक्षा जास्त हवी आणि उच्च स्तराकडून येणारी टक्केवारी 5% किंवा त्यापेक्षा कमी हवी तरच दिसणारा फरक सार्थ असतो.

निष्कर्ष - वरील संशोधनात दोन जनसंख्या वेगळ्या असल्या तरीसुद्धा विद्यार्थी आणि विद्यार्थीनींचे अध्ययन सारखेच होते.

स्पिअरमन पद्धतीने काढलेला सहसंबंध गुणक P (ऱ्हो) काढणे हीसुद्धा तशी अपरिमेय पद्धतीच आहे. कारण तेथे आपण प्रत्यक्ष गुणांक लक्षात न घेता फक्त ओळीने येणारा गुणांकाचा क्रमांक किंवा श्रेणी तेवढी लक्षात घेतली जाते. P चा उपयोग हा प्राधान्याने गटामध्ये ३० पेक्षा कमी लोक असतात तेव्हा केला जातो. अशा गटात वितरण खूपच विषमित असण्याची कमाल शक्यता असते. म्हणूनच स्पिअरमनचे तंत्र हे परिमेय / परिमित नसून अपरिमित तंत्र आहे हे संशोधकाने लक्षात घेतले पाहिजे.

(१) ज्यावेळी न्यादर्शाचा आकार खूप लहान असतो (जसा मिळेल तसा, जेथे मिळेल तेथे व जेवढा मिळेल तेवढा असा न्यादर्श वापरला जातो.) अगदी ३-४ घटकांचा न्यादर्शसुद्धा गरजेनुसार वापरला जातो.

(२) जेव्हा संशोधन चलाचे लोकसंख्येतील वितरण प्रसामान्य असण्याबद्दल संशोधक साशंक असतो आणि आधारसामुग्री प्रसामान्य विभाजनाप्रमाणे मिळण्याची त्याला खात्री वाटत नसते.

(३) आधारसामुग्री ही गुणांकाऐवजी क्रमांकामध्ये / श्रेणीमध्ये सादर केलेली असते. म्हणजे आधारसामुग्रीचे अंतर श्रेणीनुसार किंवा गुणोत्तर श्रेणीनुसार वर्गीकरण मिळत नाही. फक्त नामांकन (Nominal) किंवा क्रमांकन (Ordinal) श्रेणीमध्येच गुणांकाचे विभाजन करणे शक्य होते व त्याचीच आधारसामुग्री बनलेली असते.

अपरिमितीय चाचण्यांमध्ये गटांची तुलना करून त्यातील सार्थकता / निरर्थकता ठरविली जाते. त्यासाठी

(१) चिन्ह चाचणी,

(२) मध्यांक चाचणी,

(३) काय स्क्वेअर चाचणी,

(४) विलकॉक्सन मॅनव्हिटने चाचणी.

परिमितीय व अपरिमितीय चाचण्या तील फरक

परिमितीय चाचणी (Parametric Tests)	*अपरिमितीय चाचणी* (Non-Parametric Tests)
(१) मापन साधन निश्चित असते.	(१) मापन साधन निश्चित नसते.
(२) आधारसामुग्री अंतर किंवा गुणोत्तर श्रेणीत असते.	(२) आधारसामुग्री क्रमांकन किंवा नामांकन श्रेणीत असते.
(३) दोन गुणांकामधील अंतर सुस्पष्ट असते.	(३) दोन गुणांकामधील अंतर सुस्पष्ट नसते.
(४) आधारसामुग्रीचे हवे तितके सुस्पष्ट भाग करता येतात.	(४) आधारसामुग्रीचे भाग करता येत नाहीत. कारण त्यांच्या- तील फरक सुस्पष्ट नसतो.
(५) आधारसामुग्री संख्यात्मक आणि यथार्थ पद्धतीची असते.	(५) माहिती संख्यात्मक स्वरूपात मांडता येते परंतु ती यथार्थ पद्धतीची असतेच असे नाही.
(६) मापन वस्तुनिष्ठ असते.	(६) मापन व्यक्तिनिष्ठ असते.

काय स्क्वेअर चाचणी –
दोन पेक्षा जास्त गट असतील तेव्हा

भारतीय क्रिकेट संघाची निवड योग्य आहे का ? हे पडताळण्यासाठी एक संशोधकाने शंभर क्रिकेट शौकिनांच्या अभिवृत्तीचे मोजमाप केले. त्याचे पाच गटांत विभाजन करण्यात आले. ते गट असे - अतिशय उत्तम, चांगली, सांगता येत नाही, योग्य नाही. निकृष्ट निवड आहे. प्रत्येक विभाजनात आलेली क्रिकेट शौकिनांची संख्या पुढीलप्रमाणे होती. यासाठी संशोधकाला प्रथम कोष्टक ८ प्रमाणे कोष्टक तयार करावे लागेल. अपेक्षित वारंवारिता - प्रत्येक गटासाठी

$$= \frac{१००}{५} = २०$$

Fe = 20

कोष्टक

	अतिशय उत्तम	चांगली	सांगता येत नाही	योग्य नाही	निकृष्ट निवड आहे	एकूण
निरिक्षित वारंवारिता (fo)	२३	१८	२४	१७	१८	१००
अपेक्षित वारंवारिता (fe)	२०	२०	२०	२०	२०	१००
(fo-fe)	३	-२	४	-३	-२	
$(fo-fe)^2$	९	४	१६	९	४	
$(fo-fe)^2/fe$	9/20 ०.४५	4/20 ०.२०	16/20 ०.८०	9/20 ०.४५	4/20 ०.२०	

x^2 = ०.४५ + ०.२० + ०.८० + ०.४५ + ०.२०

x^2 = २.१० df = ४

df = [(५ − १) (२ − १) = ४ X १ = ४]

P = ०.७० ते ०.८० च्या मध्यें.

याचाच अर्थ १०० तील ७० ते ८० वेळा हा फरक योगायोगाने येतो आणि फक्त २० ते ३० वेळा तो खराखुरा येतो. त्यामुळे येथे आढळलेल्या फरकाचा विचार न करता आपणांस समतुल्य संभवनीयता परिकल्पना मान्य करावी लागेल. **भारतीय क्रिकेट चमूविषयी क्रिकेट शौकिनांमध्ये निश्चित असा मतप्रवाह आढळत नाही असे निदान करावे लागेल.**

सांख्यिकी तंत्राचा वापर करून परिकल्पनेचा पडताळा

सांख्यिकीय चाचणी	*परिकल्पनांची तपासणी*
(अ) परिमितीय चाचण्या टी-चाचणी (प्रसामान्य विभाजनासाठी वापर)	* एक मध्यमान, दोन मध्यमानातील (पूर्व-उत्तर चाचणी) फरक स्वतंत्र किंवा अवलंबित न्यादर्शासाठी वापर * सूत्रामध्ये फरक $M_1 - M_2 = 0$ म्हणून $M_1 = M_2$ व्यवहारात $M_1 - M_2 \neq 0$
(१) प्रसरण विश्लेषण (एकमार्गी) एफ चाचणी	* दोन किंवा दोनापेक्षा जास्त न्यादर्शाचे मध्यमान समान आणि * एक स्वतंत्र / स्वाश्रयी चलाचा विचार करावयाचा असेल तर.
(२) प्रसरण विश्लेषण (द्विमार्गी)	* दोन किंवा दोनापेक्षा जास्त न्यादर्शाचे मध्यमान समान आणि * दोन स्वतंत्र / स्वाश्रयी चलाचा विचार करावयाचा असेल तर. * प्रत्येक चलावर एक स्वतंत्र परिकल्पना * चलांच्या आंतरक्रियेवर आधारित परिकल्पना असेल तर
(३) सहप्रसरण विश्लेषण	सहचलाच्या परिणामाची तडजोड करून दोन किंवा दोनापेक्षा जास्त न्यादर्शाचे मध्यमान समान असेल तर न्यादर्शात सहसंबंध नेमका माहीत असेल तर

(आ) अपरिमितीय चाचण्या	
(१) चिन्ह चाचणी	* गुणांक क्रमांकन शलाकेतील असतील तेव्हा.
(२) χ^2 मध्यांक चाचणी (Median Test)	* दोन न्यादर्शातील मध्यांक समान असतील तेव्हा.
(३) χ^2 चाचणी (Contigency Table)	* न्यादर्शातील दोन चले स्वतंत्र असतील तेव्हा.
(४) विलकॉक्सन मॅन व्हिटने चाचणी	* दोन न्यादर्शातील गुणांमध्ये फरक नसेल तेव्हा.